

Multinomials and Partitions

Table 24.2

$$\pi = 1^{a_1}, 2^{a_2}, \dots, n^{a_n}, n = a_1 + 2a_2 + \dots + na_n, m = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$M_1 = (n; n_1, n_2, \dots, n_m) = n! / (1!)^{a_1} (2!)^{a_2} \dots (n!)^{a_n}$$

$$M_2 = (n; a_1, a_2, \dots, a_n)^* = n! / 1^{a_1} a_1! 2^{a_2} a_2! \dots n^{a_n} a_n!$$

$$M_3 = (n; a_1, a_2, \dots, a_n)' = n! / (1!)^{a_1} a_1! (2!)^{a_2} a_2! \dots (n!)^{a_n} a_n!$$

$n$	$m$	$\pi$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$n$	$m$	$\pi$	$M_1$	$M_2$	$M_3$
1	1	1	1	1	1	8	1	8	1	5040	1
							2	1, 7	8	5760	8
2	1	2	1	1	1			2, 6	28	3360	28
	2	1 <sup>2</sup>	2	1	1			3, 5	56	2688	56
								4 <sup>2</sup>	70	1260	35
3	1	3	1	2	1		3	1 <sup>2</sup> , 6	56	3360	28
	2	1, 2	3	3	3			1, 2, 5	168	4032	168
	3	1 <sup>3</sup>	6	1	1			1, 3, 4	280	3360	280
								2 <sup>2</sup> , 4	420	1260	210
4	1	4	1	6	1		4	2, 3 <sup>2</sup>	560	1120	280
	2	1, 3	4	8	4			1 <sup>3</sup> , 5	336	1344	56
		2 <sup>2</sup>	6	3	3			1 <sup>2</sup> , 2, 4	840	2520	420
	3	1 <sup>2</sup> , 2	12	6	6			1 <sup>2</sup> , 3 <sup>2</sup>	1120	1120	280
	4	1 <sup>4</sup>	24	1	1			1, 2 <sup>2</sup> , 3	1680	1680	840
							5	2 <sup>4</sup>	2520	105	105
5	1	5	1	24	1			1 <sup>4</sup> , 4	1680	420	70
	2	1, 4	5	30	5			1 <sup>3</sup> , 2, 3	3360	1120	560
		2, 3	10	20	10			1 <sup>2</sup> , 2 <sup>3</sup>	5040	420	420
	3	1 <sup>2</sup> , 3	20	20	10		6	1 <sup>5</sup> , 3	6720	112	56
		1, 2 <sup>2</sup>	30	15	15			1 <sup>4</sup> , 2 <sup>2</sup>	10080	210	210
	4	1 <sup>3</sup> , 2	60	10	10		7	1 <sup>6</sup> , 2	20160	28	28
	5	1 <sup>5</sup>	120	1	1		8	1 <sup>8</sup>	40320	1	1
						9	1	9	1	40320	1
6	1	6	1	120	1		2	1, 8	9	45360	9
	2	1, 5	6	144	6			2, 7	36	25920	36
		2, 4	15	90	15			3, 6	84	20160	84
		3 <sup>2</sup>	20	40	10		3	4, 5	126	18144	126
	3	1 <sup>2</sup> , 4	30	90	15			1 <sup>2</sup> , 7	72	25920	36
		1, 2, 3	60	120	60			1, 2, 6	252	30240	252
		2 <sup>3</sup>	90	15	15			1, 3, 5	504	24192	504
	4	1 <sup>3</sup> , 3	120	40	20			1, 4 <sup>2</sup>	630	11340	315
		1 <sup>2</sup> , 2 <sup>2</sup>	180	45	45			2 <sup>2</sup> , 5	756	9072	378
	5	1 <sup>4</sup> , 2	360	15	15			2, 3, 4	1260	15120	1260
	6	1 <sup>6</sup>	720	1	1		4	3 <sup>3</sup>	1680	2240	280
								1 <sup>3</sup> , 6	504	10080	84
7	1	7	1	720	1			1 <sup>2</sup> , 2, 5	1512	18144	756
	2	1, 6	7	840	7			1 <sup>2</sup> , 3, 4	2520	15120	1260
		2, 5	21	504	21			1, 2 <sup>2</sup> , 4	3780	11340	1890
		3, 4	35	420	35			1, 2, 3 <sup>2</sup>	5040	10080	2520
	3	1 <sup>2</sup> , 5	42	504	21		5	2 <sup>3</sup> , 3	7560	2520	1260
		1, 2, 4	105	630	105			1 <sup>4</sup> , 5	3024	3024	126
		1, 3 <sup>2</sup>	140	280	70			1 <sup>3</sup> , 2, 4	7560	7560	1260
		2 <sup>2</sup> , 3	210	210	105			1 <sup>3</sup> , 3 <sup>2</sup>	10080	3360	840
	4	1 <sup>3</sup> , 4	210	210	35			1 <sup>2</sup> , 2 <sup>2</sup> , 3	15120	7560	3780
		1 <sup>2</sup> , 2, 3	420	420	210			1, 2 <sup>4</sup>	22680	945	945
		1, 2 <sup>3</sup>	630	105	105		6	1 <sup>5</sup> , 4	15120	756	126
	5	1 <sup>4</sup> , 3	840	70	35			1 <sup>4</sup> , 2, 3	30240	2520	1260
		1 <sup>3</sup> , 2 <sup>2</sup>	1260	105	105			1 <sup>3</sup> , 2 <sup>3</sup>	45360	1260	1260
	6	1 <sup>6</sup> , 2	2520	21	21		7	1 <sup>6</sup> , 3	60480	168	84
	7	1 <sup>7</sup>	5040	1	1		8	1 <sup>5</sup> , 2 <sup>2</sup>	90720	378	378
							9	1 <sup>7</sup> , 2	181440	36	36
								1 <sup>9</sup>	362880	1	1